

L'oral pourra commencer avec une question de cours ou par une application d'une des méthode issue de la la liste des **questions de cours** associée à ce programme et sera évaluée sur 4 points. La réponse à cette question de cours doit être rapide et précise! (Pas plus de 20 minutes)

• **Cours** :

CHAPITRE XI ISOMÉTRIES D'UN ESPACE EUCLIDIEN

V) Application à l'étude des coniques

Les élèves doivent :

- pouvoir introduire la matrice de $S_2(\mathbb{R})$ associée à la partie quadratique de l'équation d'une conique
- connaître la classification des coniques (genre ellipse, parabole, hyperbole) en fonction du déterminant de cette matrice et connaître les notions de coniques propres/coniques dégénérées.
- utiliser la réduction de cette matrice avec une matrice de passage de $SO_2(\mathbb{R})$ pour faire disparaître le terme croisé de l'équation d'une conique (rotation de la base)
- utiliser un changement d'origine pour faire disparaître la partie linéaire de l'équation d'une conique
- reconnaître et représenter une conique dans le repère initial suite à cette étude en précisant tous les éléments caractéristiques.

VI) Application à la recherche des extrema d'une fonction de deux variables

Les élèves doivent :

- connaître les définitions d'extremum (maximum ou minimum) local et global pour une application $[f : \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}]$
- connaître la formule de Taylor-Young à l'ordre 2 pour une application $[f : \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}]$ de classe C^2
- connaître la condition nécessaire d'existence d'un extremum sur une partie ouverte $\mathcal{U}$ pour une application $[f : \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}]$ de classe C^1 : ils sont à rechercher parmi les points critiques de f .
- connaître la condition suffisante de présence d'un extremum local utilisant les valeurs propres de la matrice Hessienne en un point critique. *Extrait du programme* : « Classification à l'aide du déterminant et la trace de la matrice hessienne »
- savoir rechercher d'éventuels extrema globaux sur des parties fermées bornées (traité uniquement à travers des exemples)

On pourra consulter la méthodologie dans la liste des questions de cours
ainsi que **le TD n° 3 du chapitre XI**

Suite page suivante

Ce chapitre a été étudié en classe inversée

VII) Probabilité sur un ensemble fini (Rappels PTSI)

Les élèves doivent

- connaître le vocabulaire usuel des probabilités sur un univers finis (univers, événement, événement élémentaire)
- savoir définir une probabilité sur un univers finis ($P(\Omega) = 1$ et probabilité d'une union d'événements incompatibles) définie éventuellement en donnant les probabilités des événements élémentaires
- connaître ses propriétés (passage au complémentaire, probabilité d'une réunion, croissance de la probabilité)
- reconnaître une situation d'équiprobabilité
- définir l'indépendance de 2 événements (à ne pas confondre avec des événements incompatibles) et l'indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements (à ne pas confondre avec l'indépendance 2 à 2 des événements)
- définir une probabilité conditionnelle et utiliser la formule des probabilités composées
- définir et introduire judicieusement un système complet d'événements de probabilités non nulles pour utiliser la formule des probabilités totales
- utiliser la formule de Bayes

VIII) Espaces probabilisés

VIII-1) Ensemble dénombrable

Les élèves doivent connaître la définition et savoir que $\mathbb{N}, \mathbb{N}^*$, toute partie de $\mathbb{N}, \mathbb{Z}$ et $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ sont dénombrables et qu'un produit cartésien d'ensemble dénombrable est dénombrable.

Les résultats suivants ont été admis : $\mathbb{Q}$ est dénombrable, $\mathbb{R}$ et $[0, 1]$ ne sont pas dénombrables.

VIII-2) Espaces probabilisés

Les élèves doivent

- connaître la définition d'une tribu sur un univers quelconque (contient l'univers, stable par passage au complémentaire et par union dénombrable) et en connaître les propriétés classiques (contient le vide, stabilité pour intersection dénombrable)
- pouvoir relier le vocabulaires probabilistes et ensemblistes. En particulier :
 - une union dénombrable $\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n$ signifie qu'au moins l'un des A_n est réalisé soit $x \in \bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n \Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N}, x \in A_n$
 - une intersection dénombrable $\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n$ signifie que tous les A_n sont réalisés soit $x \in \bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n \Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, x \in A_n$
- connaître la définition d'une probabilité sur un univers Ω munit d'une tribu $\mathcal{A}$ ($P(\Omega) = 1$ et propriété de σ -additivité) et connaître les propriétés classiques (idem univers fini avec, en plus, continuité croissante et décroissante et sous-additivité)
- définir les événements certains, impossible, presque sûr et négligeable

VIII-3) Indépendance

Les élèves doivent savoir qu'on généralise les définitions vu sur les univers finis. Le programme n'envisage que des familles finies d'événements mutuellement indépendants.

VIII-4) Conditionnement

Les élèves doivent

- savoir qu'on généralise la définition de probabilité conditionnelle et la formule des probabilités composées vu sur les univers finis
- pouvoir définir un système $(A_i)_{i \in I}$ complet ou quasi-complets d'événements (où I est un ensemble fini ou $I = \mathbb{N}$)
- connaître la généralisation de la formule des probabilités totales et de la formule de Bayes.

On pourra consulter [TD n° 1 du chapitre XII](#) et [TD n° 2 du chapitre XII](#) ainsi que [le memento sur les probabilités](#)

Les élèves doivent différentier une intégrale à paramètre $F(x) = \int_I f(x, t) dt$ d'une intégrale dépendant de ces bornes qu'on étudie en introduisant judicieusement une primitive (Exemples : $F(x) = \int_0^{x^2} e^{-t^2} dt$ ou $G(x) = \int_x^{+\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$).

I) Définition

Les élèves doivent pouvoir donner le domaine de définition d'une intégrale à paramètre si celui-ci s'obtient en utilisant les résultats usuels sur les intégrales convergentes (prolongement continue, critère d'équivalence, théorème de comparaison ou de domination, IPP, changement de variables)

II) Continuité

Les élèves doivent pouvoir étudier la continuité suivant le paramètre d'une intégrale à paramètre en utilisant le théorème du programme. L'hypothèse de domination peut être obtenue localement (par exemple sur tout segment) mais, conformément au programme, le sujet devra alors comporter une indication. **Le programme ne propose plus de corollaire lorsque l'intervalle J d'intégration est un segment.**

III) Dérivation

Les élèves doivent pouvoir étudier la dérivabilité suivant le paramètre et préciser la dérivée d'une intégrale à paramètre en utilisant le théorème du programme. L'hypothèse de domination peut être obtenue localement (par exemple sur tout segment) mais, conformément au programme, le sujet devra alors comporter une indication. **Le programme ne propose plus de corollaire lorsque l'intervalle J d'intégration est un segment.**

Exemples du situation utilisant la continuité ou la dérivabilité d'une intégrale à paramètre :

- calcul d'une limite en utilisant la continuité
- calcul d'une limite en utilisant la dérivabilité (taux d'accroissement)
- calcul explicite de l'expression d'une intégrale à paramètre à l'aide d'une recherche de primitive ou d'un problème de Cauchy

IV) Classe C^n où $n \in \mathbb{N} \cup \{+\infty\}$

Il n'y a pas de théorème directement au programme mais il suffit, en général, de mener un raisonnement par récurrence où on applique le théorème de dérivation pour prouver l'hérédité. L'exemple n°5, illustrant ce principe, a été traité.

On pourra consulter **l'ensemble des TD sur ce chapitre XIII**

Exercices :

- Les exercices d'application sur le chapitre **chapitre XI**
- Les exercices sur le **chapitre XII**
- Les exercices sur le **chapitre XIII**

FIN